

# Optisches Pumpen und Spektroskopie im optische Bereich

Moritz Lenz\* and Stefan Uebelacker†

(Dated: 15. März 2006)

Ziel des Versuchs ist es, mit spektroskopischen Methoden atomare und molekulare Übergänge zu beobachten und verschiedene Effekte wie zum Beispiel Isotopieverschiebung, Vibrationszustände im Molekül und Zeeman-Aufspaltung zu analysieren.

PACS numbers:

Contents	
<b>I. Einleitung</b>	1
<b>II. Theorie</b>	1
A. Isotopieverschiebung	1
B. Spektren zweiatomiger Moleküle	1
C. Hyperfeinstruktur	2
D. Zeeman- Effekt und Larmorfrequenz	2
E. Linienverbreiterung	2
<b>III. Versuchsdurchführung</b>	2
A. Kalibrierung	2
B. Spaltfunktion	2
C. Wasserstoff-Deuterium-Isotopie	3
D. Absorptionsspektroskopie des I <sub>2</sub>	3
E. Resonanzspektroskopie am Rubidium	4
1. Hyperfeinstruktur	4
2. Zeemanaufspaltung	5
3. Messung der Lamorfrequenz	5
<b>IV. Ergebnisse</b>	5
<b>Literatur</b>	5

## I. EINLEITUNG

Die Spektroskopie ist eines der wichtigsten Hilfsmittel der Atomphysik und hat entscheidend zu unserem heutigen Verständnis des Atom- und Molekülaufbaus beigetragen.

Hier werden wir zunächst mit Hilfe von Emissions bzw. Absorptionsspektroskopie Isotopieverschiebungen beim H- Atom und das Bandenspektrum von Jod untersuchen. Im zweiten Teil des Versuchs betreiben wir Resonanzspektroskopie an Rubidiumum um die Hyperfeinstruktur, den Zeeman- Effekt und Larmorpräzession zu messen.

Ziel des Versuch ist es, die oben genannten Effekte selbst nachzuweisen und dabei die Funktionsweise von Gitterspektrographen kennenzulernen.

\*Electronic address: mlenz@physik.uni-wuerzburg.de;  
URL: <http://moritz.fau12k3.org>

†Electronic address: uuuuuhhh@web.de

## II. THEORIE

### A. Isotopieverschiebung

Das Spektrum des H- Atoms wird beschrieben durch folgende Formel:

$$\nu^* = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (1)$$

Dabei ist

$$R = \frac{\mu e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \quad (2)$$

mit der reduzierten Masse

$$\mu = \frac{M m_e}{M + m_e} \quad (3)$$

( $M$  =Masse des Kerns,  $m_e$  = Masse des Elektrons). Die Masse des Kerns wirkt sich also auf das Spektrum aus.

### B. Spektren zweiatomiger Moleküle

Das zweiatomige Molekül hat mehr Freiheitsgrade als ein Atom. Die Anregungsenergie ist hier aufgeteilt in Energie durch Anregung der Hüllenelektronen, Vibrationsenergie und Rotationsenergie:

$$E_{ges} = E_e + E_{Vib} + E_{Rot} \quad (4)$$

Aufgrund der unterschiedlichen Größenordnungen der einzelnen Energierme ( $E_e \approx 10^2 E_{Vib} \approx 10^4 E_{Rot}$ ) können wir sie als unabhängig voneinander betrachten (Born- Oppenheimer- Näherung). Die Rotationsenergie wird im Folgenden vernachlässigt. Das Potential der beiden Atomkerne, anhand dessen wir die Vibrationsenergie berechnen, wird näherungsweise durch das Morse- Potential beschrieben:

$$E(r - r_e) = D_e \left( 1 - e^{-\beta(r-r_e)} \right)^2 \quad (5)$$

dabei ist  $D_e$  die Dissotiationsenergie,  $r_e$  der Kernabstand und  $\beta = \sqrt{\frac{\pi^2 c^2 m}{D_e}} w_e$  mit der Atommasse  $m$ . Man erhält durch Einsetzen in die Schrödingergleichung folgende Vibrationsenergieeigenwerte:

$$E_{Vib} = hc\omega_e \left( v + \frac{1}{2} \right) - hc\omega_e x_e \left( v + \frac{1}{2} \right)^2 \quad (6)$$

Hierbei ist  $v \in N_0$  die Vibrationsquantenzahl und  $\omega_e$  sowie  $\omega_e x_e$  sind Vibrationskonstanten. Anstelle der Energien werden oft die Termwerte  $T = \frac{E}{hc}$ . Damit erhalten wir für einen Übergang, bei dem sowohl Elektronenanregungsenergie als auch Vibrationsenergie gleichzeitig geändert werden, folgende Wellenzahlen

$$\begin{aligned} \nu^*(v', v'') &= \frac{1}{\lambda} = T' - T'' = \\ T'_e + T''_e - \omega'_e \left( v' + \frac{1}{2} \right) - hc\omega'_e x'_e \left( v' + \frac{1}{2} \right)^2 - \\ &\left( \omega''_e \left( v'' + \frac{1}{2} \right) - hc\omega''_e x''_e \left( v'' + \frac{1}{2} \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Dabei gehören die einfach gestrichenen Größen zum oberen und die zweifach gestrichenen zum unteren Zustand.

### C. Hyperfeinstruktur

Der Atomkern besitzt einen Eigendrehimpuls  $I$ , der den übliche Quantisierungen unterliegt. Wir können ihm daher ein magnetisches Moment zuweisen:

$$\mu_I = g_I \frac{\mu_k}{h} I \quad (8)$$

( $g_I$  = Kern- g- Faktor,  $\mu_k$  = Kernmagneton) Aufgrund des B- Feldes, das das Elektron am Ort des Kerns erzeugt, besitzt das Kernmagneton je nach relativer Stellung zum Drehimpuls  $J$  des Elektrons die Energie:

$$E_{HFS} = \frac{a}{2} (F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)) \quad (9)$$

Dabei ist  $F$  die Quantenzahl zum Gesamtdrehimpuls  $\vec{F} = \vec{I} + \vec{J}$  und  $a$  die sog. Hyperfeinstrukturkonstante. Die durch diesen Effekt verursachte Aufspaltung der Energierterme nennt man Hyperfeinstruktur.

### D. Zeeman- Effekt und Larmorfrequenz

Legt man ein äußeres Magnetfeld an, so spalten die einzelnen HFS- Terme in die Unterniveaus  $m_F = F, F-1, \dots, -F$  auf. Der Energiegewinn beträgt

$$E = g_F \mu_B m_F B \quad (10)$$

Dabei ist das gyromagnetische Verhältnis gegeben durch

$$\begin{aligned} g_F &= g_J \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)} \\ &- g_K \frac{\mu_K}{\mu_B} \frac{F(F+1) - I(I+1) + J(J+1)}{2F(F+1)} \end{aligned} \quad (11)$$

wobei der zweite Term aufgrund der großen Masse des Kerns gegenüber der des Elektrons nur einen geringen Beitrag liefert.  $g_J$  ist der g- Faktor des Elektrons, de ein

Maß für das Mischungsverhältnis aus Spin und Bahndrehimpuls des Elektrons ist. Diese Gleichungen sind nur richtig solange das B-Feld klein ist gegenüber der Kopplungsenergie von  $J$  und  $I$ , so dass die Kopplung durch das B- Feld nicht aufgehoben wird.

Durch Betrachtungen der klassischen Mechanik läßt sich eine Präzessionsfrequenz, die Larmorfrequenz, von  $\mu_F$  im äußeren Magnetfeld ermitteln:

$$\omega_L = g_F \frac{\mu_B}{h} |\vec{B}| \quad (12)$$

### E. Linienverbreiterung

Die Linien eines Spektrums weisen aufgrund verschiedener Effekte eine endliche Breite auf. Der uns hier interessierende da dominierende Effekt ist die Dopplerverbreiterung, hervorgerufen durch die verschiedenen Geschwindigkeiten der Atome im Gas. Die Verbreiterung entspricht einem Gaußprofil mit folgender Halbwertsbreite:

$$\Delta_{\frac{1}{2}} = \nu \sqrt{\frac{8kT \ln 2}{mc^2}} \quad (13)$$

## III. VERSUCHSDURCHFÜHRUNG

### A. Kalibrierung

Wir messen mti einem computergesteuerten Czesny-Turner-Spektroskopen drei bekannte Linien einer Quecksilberdampfampe (546.07nm, 576.96nm und 579.07nm) aus. Die gemessenen Werte lagen alle um  $d\lambda = 0.23nm$  über den theoretischen Werten, diese Differenz rechnen wir aus den weiteren Messwerten heraus.

### B. Spaltfunktion

Wir messen die Spaltfunktion einer einzelnen Linie für verschiedene Spaltbreiten  $s$ . Tabelle I zeigt die ge-

Spaltbreite / $\mu m$	FHWM / nm	$\Delta\lambda/nm$	$\frac{\lambda}{\Delta\lambda}/10^3$
40	$0.09 \pm 0.01$	$0.110 \pm 0.012$	$5.00 \pm 0.54$
60	$0.13 \pm 0.01$	$0.153 \pm 0.012$	$3.57 \pm 0.28$
100	$0.23 \pm 0.01$	$0.271 \pm 0.012$	$2.02 \pm 0.09$

Tabelle I: Auswirkung der Spaltbreite auf die gemessene Linienbreite

messenen Linienbreiten[7]. Extrapoliert man das Auflösungsvermögen für eine verschwindenden Spaltbreite, so kommt man auf ein hypothetisches Auflösungsvermögen von  $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 7 \cdot 10^3$ .

Spaltfunktion für verschiedene Spaltbreiten

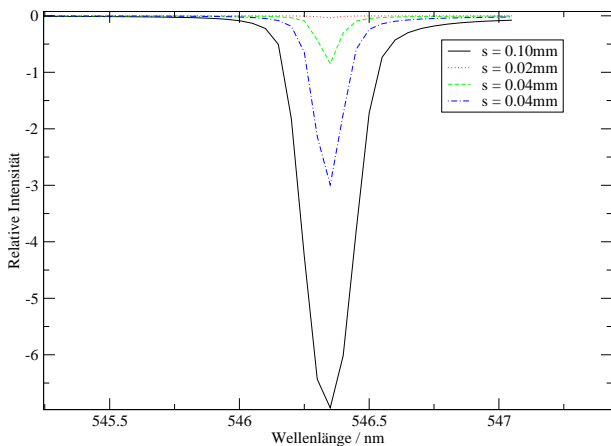


Abbildung 1: Spaltfunktion für verschiedene Spaltbreiten

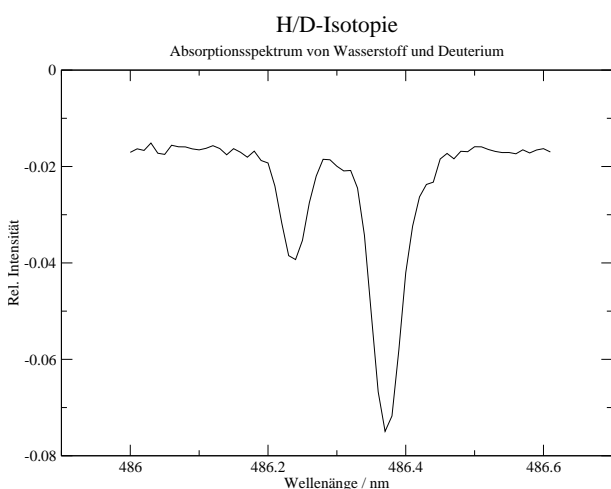


Abbildung 2: Absorptionsspektrum von Wasserstoff und Deuterium

### C. Wasserstoff-Deuterium-Isotopie

Wir messen die  $H_\beta$ -Linie ( $n = 4$ ,  $m = 2$ ) des Wasserstoffs und Deuteriums bei einer Spaltbreite von  $s = 50\mu m$  aus.

Abbildung 2 zeigt das Absorptionsspektrum. Wir erhalten für die Lage der Emissionsmaxima folgende Wellenlängen:

$$\lambda_H = 486.01 \pm 0.01 \quad (14)$$

$$\lambda_D = 486.14 \pm 0.01. \quad (15)$$

Daraus kann mit Gleichungen (1), (2) und (3) die Massendifferenz zwischen Deuterium und Wasserstoff berechnet, die im Wesentlichen [8] der Masse des Neutrons entspricht:

$$m_n = m_D m_H \Delta_\lambda \frac{R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)}{c h m_e} = (1.63 \pm 0.04) \cdot 10^{-27} kg, \quad (16)$$

tbh

Absorptionsspektrum des Iod

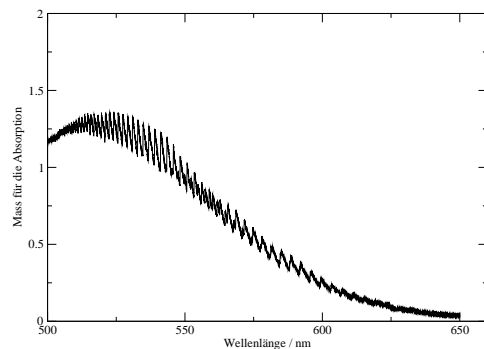


Abbildung 3: Absorptionsspektrum des Iods

was mit dem Literaturwert [1]  $1.67 \cdot 10^{-27} kg$  innerhalb des Fehlers übereinstimmt.

Die theoretische Halbwertsbreite der Wasserstoff- und Deuteriumlinie lässt sich mit Hilfe von (13) und unseren Werten für die Wellenlängen errechnen:

$$\Delta_{H, \frac{1}{2}} = \nu \sqrt{\frac{8kT \ln 2}{Mc^2}} = 12 GHz \Delta_{D, \frac{1}{2}} = 8.8 GHz \quad (17)$$

Aus einem Gaußfit an die gemessenen Kurven bestimmen wir als Halbwertsbreite für Deuterium und Wasserstoff:

$$\Delta_{\frac{1}{2}} = (13.1 \pm 1.0) GHz \quad (18)$$

die wie erwartet etwas über der theoretischen liegt, da die Auflösung unseres Spektralapparats begrenzt ist.

### D. Absorptionsspektroskopie des $I_2$

Wir messen das Spektrum einer Halogenlampe, stellen dann eine Zelle mit dampfförmigen Iod in den Strahlengang und ziehen das so gemessene Spektrum von dem ersten ab. Abbildung 3 zeigt das gemessene Spektrum. Da bekanntermaßen [2, 3] Vibrationsübergänge mit bestimmten optischen Übergängen zusammenfallen, kann man einzelnen Vibrationsübergänge ihren Quantenzahlen zuordnen.

Aus (7) folgt durch Einsetzen:

$$\nu^*(v+1, 0) - \nu^*(v, 0) = \Delta\nu^* = \omega'_e - 2\omega'_e x' v' \quad (19)$$

Wir tragen also  $\nu^*(v', 0) - \nu^*(v' - 1, 0)$  und  $\nu^*(v', 1) - \nu^*(v' - 1, 1)$  gegen  $v'$  auf. Durch lineare Regression der beiden Graphen erhalten wir für  $\omega'_e$  [9] und  $\omega'_e x'$  [10] folgende gemittelten Werte:

$$\omega'_e = (12.80 \pm 0.27) \cdot 10^3 \frac{1}{m} \quad (20)$$

$$\omega'_e x'_e = (94.1 \pm 5.2) \frac{1}{m} \quad (21)$$

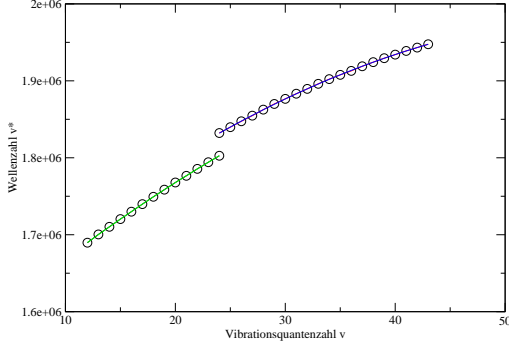


Abbildung 4: Vibrationsenergien für Übergänge auf  $v = 1$  und  $v = 0$

Zur Berechnung der Dissoziationsenergie benutzen wir [4]

$$D'_e = \frac{\omega_e'^2}{4\omega_e'x_e'} hc \quad (22)$$

und erhalten

$$D'_e = (0.539 \pm 0.023) eV \quad (23)$$

Aus (7) läßt sich weiterhin herleiten

$$\begin{aligned} \nu^*(v', 0) &= T'_e + \omega'_e \left( v' + \frac{1}{2} \right) - \omega'_e x'_e \left( v' + \frac{1}{2} \right)^2 \\ &\quad - \omega_e'' \frac{1}{2} + \omega_e'' x_e'' \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \nu^*(v', 1) &= T'_e + \omega'_e \left( v' + \frac{1}{2} \right) - \omega'_e x'_e \left( v' + \frac{1}{2} \right)^2 \\ &\quad - \omega_e'' \frac{3}{2} + \omega_e'' x_e'' \frac{9}{4} \end{aligned} \quad (25)$$

Wir fitten (siehe 4)  $\nu^*(v', 0)$  und  $\nu^*(v', 1)$  quadratisch und aus der Differenz der beiden y-Achsenabschnitte ergibt sich mit der Angabe  $\omega_e'' x_e'' = 61 \frac{1}{m}$  die Konstante  $\omega_e''$  zu

$$\omega_e'' = (31.1 \pm 2.2) \cdot 10^3 \frac{1}{m} \quad (26)$$

Wir wollen nun  $T'_e$  bestimmen. Durch Auflösen von (25) nach  $T'_e$  erhalten wir als Mittelwert

$$T'_e = (1.5886 \pm 0.0081) \cdot 10^6 \frac{1}{m} \quad (27)$$

Zuletzt ermitteln wir noch den Abstand der Minima der beiden Potentialtöpfe. Dabei benutzen wir, dass gemäß Frank-Condon-Prinzip [4] der Schnittpunkt des Energieniveaus mit  $v' = 33$  mit dem Morsepotential des oberen Zustands senkrecht über dem Minimum des unteren Potentials liegt. Mit (5) können wir dann schreiben

$$\Delta_r = \frac{\ln(1 - T_{Vib} - T'_e) \frac{hc}{D'_e}}{\beta'} = (26.2 \pm 1.3) \cdot 10^{-12} m \quad (28)$$

## E. Resonanzspektroskopie am Rubidium

Wir beleuchten eine Zelle mit gasförmigen Rubidium mit rechtszirkular polarisiertem Laserlicht der Wellenlänge  $\lambda = 794 nm$  und messen die Intensität hinter der Absorptionzelle.

### 1. Hyperfeinstruktur

#### Hyperfeinstruktur des Rubidiums

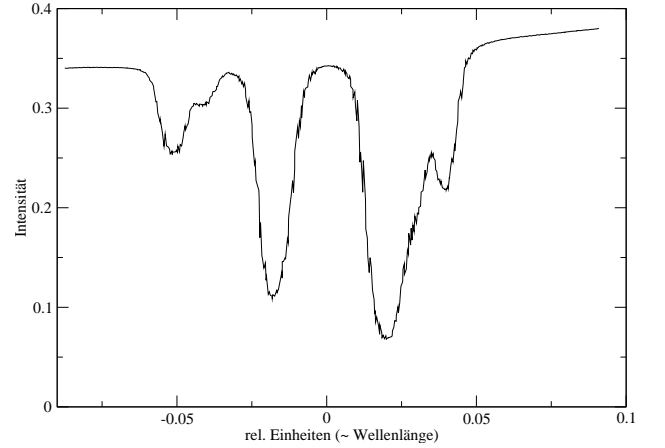


Abbildung 5: Absorptionsspektrum des Rb. Peaks nach unten entsprechen dabei Absorptionslinien, nach rechts nimmt die Energie ab.

Wir modulieren die Wellenlänge des Lasers und messen die Intensität. Dabei können wir deutlich (siehe Abb. 5) fünf Absorptionspeaks der Hyperfeinstruktur sehen. Analog zu [5] können wir die Peaks verschiedenen Übergängen zuordnen. Aus dem bekannten Abstand der äußersten Peaks können die relativen Einheiten in Frequenzen umgerechnet werden.

Durch Ausmessen der Peaks können wir die HFS-Aufspaltung des  $5^2P_{1/2}$ -Zustands für die beiden vorkommenden Isotope berechnen:

$$\Delta_{85}(2, 3 \mapsto 2) = 3182 MHz \quad (29)$$

$$\Delta_{87}(1, 2 \mapsto 1) = 6816 MHz \quad (30)$$

Die beiden stärksten Peaks bestehen jeweils aus mindestens zwei Linien, die wir allerdings nicht auflösen können. Aus der gemessenen Breite und der aus der Theorie bekannten Dopplerverbreiterung [5] kann jedoch der Abstand dieser Linien bestimmt werden [2]:

$$\delta^2 = \Delta_{1/2+}^2 - \Delta_{1/2-}^2 \Rightarrow \quad (31)$$

$$^{85}Rb: \quad \delta_{3 \mapsto 2, 3 \mapsto 3} = (1.14 \pm 0.09) GHz \quad (32)$$

$$^{85}Rb: \quad \delta_{2 \mapsto 2, 2 \mapsto 3} = (0.858 \pm 0.098) GHz \quad (33)$$

Beim zusätzlichen Einschalten eines Magnetfelds verändert sich das Absorptionsverhalten, wodurch das opti-

sche pumpen des zirkular polarisierten Lichts nachgewiesen wird.

## 2. Zeemanaufspaltung

Mit einem Helmholtzspulenpaar erzeugen wir in der Absorptionszelle ein homogenes, das Erdmagnetfeld überlagerndes Magnetfeld. Senkrecht zur optischen Achse bringen wir Mikrowellenstrahlung variabler Frequenz ein. Wenn die HF-Frequenz der Energiedifferenz zwischen den Zeemalniveaus entspricht, steigt die Absorption des Laserstrahls.

Dabei ist es uns nicht gelungen, unterschiedliche Frequenzen für die einzelnen Isotope und  $F$ s aufzulösen, wir nehmen daher an [11], dass wir die Zeemanlinien des häufigeren Isotops  $^{85}\text{Rb}$  beobachten.

$I_B/mA$	$f_{res}/MHz$
-53.7	488
+54.1	271
-74.6	388
+75.0	222
-100.2	476
100.5	294

Tabelle II: Resonanzfrequenzen der Zeemanübergänge in Abhängigkeit des  $B$ -Feldes

Für ein angenommenes  $\mu_B = 5.8 \cdot 10^{-5} \frac{eV}{T}$  lässt sich  $g_F$  berechnen [5]:

$$g_F = \frac{h}{\mu_B} \sqrt{\frac{\nu(I)^2 + \nu(-I)^2}{2(B_0^2 + B_E^2)}}, \quad (34)$$

wobei wir das Erdmagnetfeld mit einer Förstersonde zu  $B_E = (45 \pm 5)\mu T$  gemessen haben. Diese Messung ist sehr unzuverlässig, da das Magnetfeld im Labor starken lokalen Schwankungen unterworfen war und die Messung naturgemäß nicht in der Zelle selbst erfolgen konnte.

Wir erhalten ein mittleres  $\bar{g}_F = 0.364 \pm 0.013$ . Da andererseits  $g_F = \frac{2}{2F+1}$  und  $F$  halbzahlig ist, folgt  $g'_F = \frac{1}{3}$  und  $F = \frac{5}{2}$ . Daraus lässt sich wiederum ein genauere Wert für  $\mu_B$  gewinnen

$$\mu_B = 1.02 \cdot 10^{-23} Am^2, \quad (35)$$

das etwas 10% vom Literaturwert [6]  $\mu_B^{lit} = 9.27 \cdot 10^{-24} Am^2$  abweicht. Das ist vor allem durch eine recht

ungenau Bestimmung der Resonanzfrequenzen und des Magnetfelds zu erklären.

Setzt man  $\mu_B$  als bekannt voraus, kann daraus das Erdmagnetfeld bestimmen:  $B_E = (49.6 \pm 6)\mu T$ , das am Rand der Fehlergrenze der vorherigen Bestimmung liegt.

## 3. Messung der Lamorfrequenz

Wir bringen die Absorptionszelle in ein Magnetfeld, das plötzlich abgeschaltet wird. Danach messen wir die Intensität an der Photozelle. Die Intensität schwingt mit der Lamorfrequenz.

Wegen defekter Apparate war es uns nicht möglich, den Intensitätsverlauf per PC zu speichern. Aus uns unbekannt Gründen war es uns mit dem Oszilloskop nur möglich, die ersten fünf Perioden zu beobachten, danach ging das Signal im Rauschen unter oder war derart deformiert, dass ein eindeutiges Zählen der Perioden unmöglich war.

Wir messen  $T = 30.05\mu s$  für  $n = 5$  Perioden. Da die Lamorfrequenz der Gleichung

$$\omega_L = g_F B_E \frac{\mu_B}{\hbar} \quad (36)$$

folgt, können wir das Bohrsche Magneton berechnen:  $\mu_B = 6.7 \cdot 10^{-24} Am^2$ , was eine Abweichung von ca.  $\frac{1}{3}$  vom Literaturwert darstellt.

Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass wir die Frequenz falsch gemessen haben. Da uns das auch schon während des Versuchs klar war, haben wir mehrere Messungen durchgeführt und sorgfältig ausgewertet, was jedoch immer zu nahezu identischen Werten geführt hat.

Einen bestimmten Grund für das Fehlschlagen unserer Messung konnten wir nicht finden.

## IV. ERGEBNISSE

Wir konnten in unseren Versuchen alle gewünschten Effekte beobachten, wenngleich teilweise mit mangelnder Präzision. So konnten wir z.B. bei der Messung des Zeemaneffekts nur eine Resonanzfrequenz messen, wodurch uns das Berechnen des magnetischen Kernmoments, wie in [2, 3] vorgeschlagen, nicht möglich war.

[1] B. Mirow, *Physik Formeln* (Dümmler, 2002).

[2] Reinert and Batke, *Fortgeschrittenenpraktikum SS 2006* (2006).

[3] M. Schreiter, *Versuche zur Spektroskopie im optischen Bereich* (1996).

[4] M. Schreiter, *Versuche zur Spektroskopie im optischen*

*Bereich* (1996), p. 41.

[5] B. Erhard, *Resonanzspektroskopie und optisches Pumpen an Rubidium* (1997).

[6] P. J. Mohr and B. N. Taylor, *Codata recommended values of the fundamental physical constants* (2002), to be published.

- [7] Wir haben davon abgesehen, die Breite der  $s = 20\mu m$ -Linie auszumessen, da es kaum möglich ist ein Nullniveau und damit eine FWHM zu definieren
- [8] Unter Vernachlässigung des Massendefekts der Bindungsenergie des Deuteriumkerns
- [9] durch y - Achsenabschnitt
- [10] anhand der Steigung
- [11] was dadurch gerechtfertigt wird, dass wir damit plausible Ergebnisse erhalten